1- بهترین حالت زمان اجرای الگوریتم مرتب سازی درجی (Insertion Sort) زمانی رخ می دهد که : ...............

1- داده های ورودی مسئله، خود از قبل مرتب شده باشند.

2- داده های ورودی مسئله، برعکس مرتب شده باشند.

3- داده های ورودی مسئله، به صورت یک در میان مرتب باشند.

4- در الگوریتم مرتب سازی درجی، هیچ حالت بهترینی وجود ندارد.

***جواب:*** گزینه (1)

بهترین حالت زمان اجرای الگوریتم Insertion Sort موقعی رخ می دهد که داده های مسئله خود، مرتب شده باشند.

بنابراین جواب صحیح گزینه (1) می باشد.

3- فرض کنید T1(n) و T2(n)، زمان اجرای دو قطعه برنامه P1 و P2 باشد و داریم:

T1(n) Є O (f(n))

T2(n) Є O (g(n))

مقدار T2(n) + T1(n)، زمانی که قطعه برنامه P2 در راستای قطعه برنامه P1 اجرا می شود، برابر است با:

1- O (min {f(n) , g(n)})

2- O (max {f(n) , g(n)})

3- O (f(n) + g(n))

4- O (f(n) . g(n))

***جواب:*** گزینه (2)

می دانیم که T1(n) Є O(f(n)) بنابراین C1 و n1 وجود دارد که برای

و همچنین T2(n) Є O(g(n))

بنابراین جواب صحیح گزینه (2) می باشد.

5- کدام گزینه، رابطه بازگشتی محاسبه زمان اجرای الگوریتم ضرب ماتریس ها به روش استراسن را نشان می دهد؟

1-

2-

3-

4-

***جواب:*** گزینه (3)

هنگامی که دو ماتریس n x n با n>1 داشته باشیم، دقیقاً الگوریتم هفت بار فراخوانی می شود و در هر بار که ماتریس ارسال می شود ، زمانی که n=1 باشد هیچ جمع و تفریقی رخ نمی دهد ولی بازای دو ماتریس n x n با n>1 باشد 18 عمل جمع و تفریق روی ماتریس های با ابعاد انجام می گیرد و هنگامی که دو ماتریس جمع یا تفریق شوند، عمل جمع یا تفریق روی عناصر ماتریس انجام می پذیرد.

بنابراین جواب صحیح گزینه (3) می باشد.

7- در جستجوی دودویی لیست زیر، در صورتی که به دنبال یافتن عدد 71 در لیست باشیم، پس از چند مقایسه، به نتیجه NOT Found (پیدا نشد) خواهیم رسید؟

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | اندیس |
| 120 | 98 | 81 | 60 | 54 | 49 | 48 | 39 | 32 | 27 | 12 | 9 | 3 | مقدار |

1- 2 مقایسه

2- 3 مقایسه

3- 4 مقایسه

4- 5 مقایسه

***جواب:*** گزینه (3)

در جستجوی دودوئی اگر لیستی شامل بیشتر از یک عنصر داشته باشد که بصورت صعودی مرتب شده باشند به روش زیر عمل می شود:

اگر عدد مورد نظر (x) برابر عنصر میانی بود تمام، در غیر اینصورت لیست به دو زیر لیست تقریبا با طور برابر تقسم می شود. اگر x کوچکتر از عنصر میانی باشد زیر لیست چپ انتخاب می شود در غیر اینصورت زیر لیست راست و همین طور الی آخر بنابراین تعداد سوالهای لازم برابر است با ( ) و داریم:

بنابراین جواب صحیح گزینه (3) می باشد.

9- با در نظر گرفتن گراف مقابل و با استفاده از الگوریتم کروسکال، هشتمین یالی که به درخت پوشای مینیمم حاصل افزوده می شود، کدام یال است؟

2

5

3

1

V5

V4

V3

V0

3

7

4

6

1

V6

V2

3

95

­

3

3

3

14

5

6

V9

V1

V7

V8

1- یال V2 – V9

2- یال V8 – V9

3- یال V4 – V8

4- یال V0 – V2

***جواب:*** گزینه (3)

نخست درخت heap برای مرتب کردن یالها برحسب وزن یال ها تشکیل می شود، که در ریشه درخت heap، e.1 = 1 قرار دارد و F = Ф و Y مجموعه مجزا از هم تشکیل می شود.

e.1 = 1 به عنوان یال با هزینه کمتر انتخاب می شود که در آن u=V0 و v=v1 می باشد، و همینطور الی آخر

F(8) = {e01, e12,e19,e95,e56,e64,e43,e48}

بنابراین جواب صحیح گزینه (3) می باشد.

11- با درنظر گرفتن اشیاء زیر و همچنین کوله پشتی به ظرفیت 40 کیلوگرم، حداکثر ارزش حاصل برای مسئله کوله پشتی (غیر صفر و یک – حریصانه) با استفاده از اشیاء موجود در جدول برابر خواهد بود با:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | شماره کالا |
| 20 | 10 | 15 | 5 | 8 | ارزش |
| 15 | 8 | 25 | 15 | 16 | وزن |

1- 44 2- 38.3 3- 40.1 4- 40.9

***جواب:*** گزینه (3)

ابتدا نسبت را محاسبه می کنیم

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

حال به ترتیب نزولی جدول بالا را مرتب می کنیم

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wi | Pi | xi |
| 15 | 20 | X5 |
| 8 | 10 | X4 |
| 25 | 15 | X3 |
| 16 | 8 | X1 |
| 15 | 5 | X2 |

در مرحله اول: شیء با بالاترین اولویت انتخاب می شود که عنصر x5 می باشد و W برابر با 25 می شود.

در مرحله دوم: عنصر با بالاترین اولویت که x4 است انتخاب می شود و W برابر با 17 خواهد شد.

در مرحله سوم: عنصر x3 بالاترین اولویت را داراست. ولی وزن آن که 25 می باشد از ظرفیت باقیمانده کوله پشتی، که برابر 17 است بیشتر می باشد. بنابراین حلقه for شکسته می شود و شرط if در الگوریتم اجرا می شود. لذا در نهایت خروجی زیر حاصل می شود:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X5 | X4 | X3 | X2 | X1 | xi |
| 1 | 1 |  | 0 | 0 |  |

حال با توجه به جدول فوق ارزش یا سود حاصل از کوله پشتی را بصورت زیر انتخاب می کنیم:

بنابراین جواب صحیح گزینه (3) می باشد.

13- در الگوریتم محاسبه حداقل ضرب ها در زنجیره ضرب ماتریسها، برای محاسبه m1,4 نیاز به داشتن کدام مقادیر در ماتریس محاسبات داریم. (به بیانی دیگر: برای محاسبه m1,4 از کدام مقادیر ماتریس استفاده خواهیم کرد)

1- m1,2  m1,3 , m2,3 , m2,2  ,

2- m4,4  m1,1 , m2,4 , m1,2  ,m3,4 , m1,3 ,

3- m4,4  m1,1 , m2,4 , m2,2  ,m3,4 , m3,3 ,

4- m4,4  m1,2 , m2,3 , m2,2  ,m3,4 , m3,3 ,

***جواب:*** گزینه (2)

mij = min ( mik + mk+1,j + ri-1 \* rk \* rj ) i ≤ k ≤ j

که mij تعداد حداقل اعمال ضرب عددی لازم برای محاسبه کميت: Mi \* Mi+1 \* … \* Mk

و mk+1,j تعداد حداقل اعمال ضرب عددی برای محاسبه کمیت: Mk+1 \* Mk+2 \* … \* Mj می باشد.

بنابراین داریم:

M14 = min ( m11 + m24 + m12 + m34 + m13 + m44 )

درنتیجه جواب صحیح گزینه (2) می باشد.

15- مرتبه زمانی الگوریتم یافتن تور بهینه در یک گراف (مسئله فروشنده دوره گرد) برابر با کدام گزینه است؟

1- θ (n2n)

2- θ (n22n)

3- θ (2n)

4- θ (n2Log n)

***جواب:*** گزینه (2)

به ازای همه مقادیر n ≥ 1 داریم:

و تعداد کل دفعاتی که عمل اصلی انجام می شود، عبارت است از: T(n) =

که برابر است با:

و سرانجام داریم: T(n) = (n-1)(n-2) 2n-3 Є θ (n2 2n)

بنابراین جواب صحیح گزینه (2) می باشد.

17- کدام گزینه، سود بهینه حاصل از انتخاب i شیء (قطعه) اول به شرطی که وزن کل از W بیشتر نشود، را به روش برنامه نویسی پویا (برای حل مسئله کوله پشتی) نشان می دهد.

1-

if Wi ≤ W

if Wi > W

if Wi ≤ W

if Wi > W

2-

if Wi > W

if Wi ≤ W

3-

if Wi > W

if Wi ≤ W

4-

***جواب:*** گزینه (2)

برای حل مسئله به روش برنامه نویسی پویا، باید نشان دهیم که اصل بهینگی برقرار است. فرض کنید A یک زیر مجموعه بهینه از n-1 قطعه باشد. اگر قطعه itemn را بخواهیم به A اضافه کنیم، سود کل حاصل از قطعات موجود در A برابر سود بهینه، بعلاوه Pn خواهد بود.

بنابراین جواب صحیح گزینه (2) می باشد.

19- کدام یک از موارد زیر، صحیح است.

مورد اول: مسئله ای که به روش بازگشت به عقب حل میگردد، میتواند بیش از یک جواب داشته باشد و هیچ جوابی بر جواب دیگر،امتیازی ندارد.

مورد دوم: در اغلب مسائلی که به روش انشعاب و تحدید حل می شوند، مهم یافتن جواب بهینه است.

مورد سوم: الگوی جستجو در درخت برای روش انشعاب و تحدید، جستجوی عمقی است.

1- فقط موارد اول و دوم

2- فقط موارد دوم و سوم

3- فقط موارد اول و سوم

4- موارد اول و دوم و سوم

***جواب:*** گزینه (1)

در روش انشعاب و تحدید جستجو به ترتیب پهنا می باشد. و الگوی جستجو برای روش بازگشت به عقب به صورت جستجو در عمق می باشد.

بنابراین جواب صحیح گزینه (1) است.

*21- برای مجموعه کارهای زیر، با سود و مهلت داده شده، بیشترین سودی که می توان کسب نمود، برابر است با : ........................... (مسئله زمانبندی با مهلت)*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | کار |
| 12 | 19 | 16 | 59 | 42 | 69 | 74 | 89 | سود |
| 4 | 3 | 2 | 3 | 2 | 4 | 1 | 3 | مهلت |

*1- 128*

*2- 135*

*3- 291*

*4- 274*

***جواب:*** گزینه (4)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| امکان پذیر بودن | بازده | مجموعه | مرحله |
| هست | 89 | {1} | 1 |
| هست | 163=74+89 | {2،1} | 2 |
| هست | 232=74+89+69 | {2،1،3} | 3 |
| هست | 274=74+42+89+69 | {2،4،1،3} | 4 |
| نیست | 291=74+89+59+69 | {2،1،5،3} | 5 |
| هست | 218=74+16+59+69 | {2،6،5،3} | 6 |
| هست | 178=74+16+19+69 | {2،6،7،3} | 7 |
| هست | 121=74+16+19+12 | {2،6،7،8} | 8 |

با توجه به جدول فوق جواب صحیح گزینه (4) می باشد.

*23- کدام گزینه، رابطه بازگشتی مربوط به الگوریتم حاصلضرب دو عدد بزرگ n رقمی را به درستی بیان می کند؟*

*1-*

***2-***

***3-***

***4-***

***جواب:*** گزینه (4)

فرض کنید n توانی از 2 باشد یعنی n=2k ، در این صورت x، y، z و w همگی دقیقاً n/2 رقم خواهند داشت.

Cn را، زمان لازم برای جمع، تفریق و انتقال در نظر می گیریم. بنابراین خواهیم داشت:

بنابراین جواب صحیح گزینه (4) می باشد.

*25- کدام یک از موارد، در خصوص مسائل تصمیم گیری درست است؟*

*مورد اول: مسائل NP زیر مجموعه مسائل P هستند.*

*مورد دوم: مسائل P زیر مجموعه مسائل NP هستند.*

*مورد سوم: مسائل تصمیم گیری ای وجود دارند که نه NP هستند و نه P.*

*مورد چهارم: همه مسائل تصمیم گیری یا از نوع P هستند یا از نوع NP.*

*1- فقط موارد اول و دوم*

*2- فقط موارد دوم و سوم*

*3- فقط موارد سوم و چهارم*

*4- فقط موارد اول و چهارم*

***جواب:*** گزینه (2)

با توجه به شکل رابطه کلاسهای P و NP مشاهده می شود که:

NP

مسائل P زیر مجموعه مسائل NP هستند.

P

مسائل تصمیم گیری ای وجود دارند که نه NP هستند و نه P.

بنابراین جواب صحیح گزینه (2) می باشد.

*1- رابطه بازگشتی زیر را حل نمایید.*

T(n) = 3T (n - 1) + 4T (n - 2)

T(0) = 0 , T(1) = 1

***جواب:***

برای حل رابطه بالا، T(n) = Xn قرار می دهیم بنابراین خواهیم داشت:

Xn = 3Xn-1 + 4Xn-2 X2 – 3X + 4 = 0

جوابهای معادله مشخصه عبارتند از:

X1 = -1 , X2 = 4

بنابراین:

T(n) = C1(-1)n + C24n

خواهد بود. حال، با توجه به شرایط مرزی T(0) و T(1) در معادله، عبارت زیر حاصل می شود:

که از آن C1= - و C2= بدست می آید، بنابراین:

و از آنجا T(n) Є O(4n)

*3- فرض کنید متنی شامل حروف a, b, c, d, e, f, g, h باشد. تعداد کاراکترهای این متن برابر 519 کاراکتر است که در آن تعداد تکرار کاراکترها به صورت ذیل می باشد.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *h* | *g* | *f* | *e* | *d* | *c* | *b* | *a* | *حرف* |
| *158* | *103* | *26* | *124* | *42* | *29* | *31* | *6* | *تکرار* |
|  |  |  |  |  |  |  |  | *کد* |

*الگوریتم کدگذاری هافمن را بر روی این کاراکترها اعمال نموده و درخت کدگذاری را مرحله به مرحله رسم نموده و در نهایت کدهای مربوط به حروف را استخراج نمایید.*

***جواب:***

مرحله اول: جنگل اولیه که در آن جنگل بر اساس تعداد گره ها بصورت صعودی مرتب شده اند را ارائه می دهیم:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| h : 158 | e : 124 | g : 103 | d : 42 | b : 31 | c : 29 | f : 26 | a : 6 |

مرحله دوم: ادغام دو درخت با کمترین مقدار در ریشه مطابق الگوریتم بالا و ارائه لیست مرتب حاصل به صورت غیر نزولی:

1

0

1

0

h : 158

e : 124

1

0

1

0

g : 103

d : 42

a : 6

f : 26

c : 29

b : 31

0

1

1

0

1

0

1

0

0

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *h* | *g* | *f* | *e* | *d* | *c* | *b* | *a* | *حرف* |
| *0* | *110* | *111101* | *10* | *1110* | *111110* | *111111* | *111100* | *کد* |

*5- فرض کنید کالاهای زیر را داریم:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 4 | 3 | 2 | 1 | شماره کالا |
| 40 | 10 | 30 | 50 | ارزش |
| 2 | 5 | 5 | 10 | وزن |

*اگر ظرفیت کوله پشتی برابر 16 کیلوگرم باشد، مسئله کوله پشتی صفر و یک بالا را به روش تکنیک عقبگرد حل نمایید. درخت فضای جستجو را به طور کامل رسم نمایید و در نهایت حداکثر سود ممکن را محاسبه نمایید.*

***جواب:***

در ابتدا قطعه های فوق را بر اساس Pi/Wi به صورت غیر نزولی مرتب می کنیم:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Pi/Wi | Wi | Pi | i |
| 20 | 2 | 40 | 1 |
| 6 | 5 | 30 | 2 |
| 5 | 10 | 50 | 3 |
| 2 | 5 | 10 | 4 |

1. ابتدا maxprofit = $0 قرار می دهیم.

2. از گره ریشه شروع می کنیم و آن را بازدید می دهیم

Profit = $0 Weight = 0

حد آن را محاسبه می کنیم:

Total W = W +

bound = P +

3. گره (1،1) را بازدید می کنیم.

P = 0+40=40 W=0+2=2

Total W = W +

bound = P +

4. گره (1،2) را بازدید می کنیم.

P = 40+30=70 W=2+5=7

Total W = W +

bound =

5. گره (3،1) و (2،1) و (3،2) و (4،1) و (3،2) و (4،2) و (1،1) و (2،2) و ... را بازدید می کنیم و در نهایت درخت زیر حاصل می شود:

(0،0)

Item1

Item2

Item3

Item4

(2،2)

(3،2)

(3،3)

(3،4)

(4،4)

(4،3)

(4،2)

(4،1)

(3،1)

(2،1)

(1،1)

(1،2-)